PRESENTACIÓN

El trabajo que ahora presentamos en forma de diapositivas está pensado, esencialmente, para los programas de especialización en modelos matemáticos correspondientes a un curso anual de Master o Doctorado de las Facultades de Economía y Administración y Dirección de Empresas de nuestras Universidades, aunque también de Ingeniería, por lo que se refiere al estudio y resolución de las ecuaciones infinitesimales (diferenciales ordinarias y en derivadas parciales, integrales e integro-diferenciales y sus sistemas) y en diferencias finitas o recurrentes, todas ellas de provechosas aplicaciones en la ciencia económica y la técnica, así como el Cálculo variacional o el Análisis armónico. Habida cuenta de sus características, se propone el seguimiento del presente curso a base de una clase o tema semanal para el logro de una buena asimilación de los contenidos. Puede dividirse en dos cuatrimestres: el primero comprendería las lecciones 1-12, ambas inclusive, mientras que el segundo abarcaría las 13-24.

Los métodos matemáticos avanzados que se emplean en este curso son también muy útiles en otras áreas del Análisis Económico o de la Ingeniería y su manejo resultará especialmente interesante a la hora de cursar otras disciplinas propias de aquellas carreras, como por ejemplo la Teoría Económica, la Econometría, la Hidráulica o la Teoría de Señales.

Fundamentalmente, el curso se desarrolla en el entorno de los sistemas dinámicos, cuyo estado evoluciona con el transcurso del tiempo en contraposición a los sistemas estáticos. Los sistemas físicos en situación no estacionaria son ejemplos de sistemas dinámicos, pero también existen modelos económicos, matemáticos y de otros tipos que constituyen sistemas abstractos que son, además, sistemas dinámicos. El comportamiento en dicho estado se puede caracterizar determinando los límites del sistema, los elementos y sus relaciones; de esta forma se pueden elaborar modelos matemáticos que buscan representar, del modo más fidedigno posible, la estructura del mismo sistema.

Así pues, los sistemas dinámicos estudian la evolución de una magnitud física o económica (que en general la representaremos como X) a lo largo del tiempo *t*. Dicha evolución ha de seguir una ley en forma de ecuación infinitesimal o recurrente, y el objetivo es hallar el valor de X en cualquier tiempo *t* de un dominio temporal determinado, es decir X(t). Si el dominio temporal es discreto, estamos trabajando en el ámbito de la dinámica discreta; si por el contrario, el dominio temporal no es discreto, como por ejemplo un intervalo de la recta real (ya sea acotado o no acotado), estamos trabajando en el ámbito de la dinámica continua.

Conceptualmente hablando, la teoría de las ecuaciones diferenciales ordinarias o en derivadas parciales está más desarrollada que la de las ecuaciones en diferencias. Las relaciones existentes entre estos dos tipos de ecuaciones permiten exponer las teorías correspondientes siguiendo una línea similar para los dos tipos de análisis, continuo y discreto. En el caso lineal, se busca seguir un desarrollo paralelo entre los conceptos relativos a las ecuaciones en diferencias y las ecuaciones diferenciales. En el caso no lineal, el análisis de los sistemas discretos, por ejemplo, resulta mucho más complejo que el de los continuos.

Una característica fundamental del análisis dinámico, como se ha dicho, es la intervención de la variable tiempo. El tiempo puede intervenir en forma continua o bien discreta, utilizándose diferentes herramientas matemáticas según sea el caso respectivo (ecuaciones diferenciales y ecuaciones en diferencias). Desde el punto de vista matemático, si el tiempo es considerado como variable continua (esto es, que puede tomar valores entre dos consecutivos), la expresión del cambio temporal constituye una ecuación diferencial. Su resolución e imposición de condiciones de contorno permite obtener la función correspondiente. A partir del análisis de la teoría de las ecuaciones diferenciales se da respuesta a modelos de la teoría económica o de la mecánica que requieren un análisis dinámico y se fundamenta la interpretación de los modelos a la luz de la teoría matemática. Otro tanto podríamos afirmar acerca de las ecuaciones recurrentes.

Cada tema práctico viene precedido por otros con una serie de conocimientos teóricos, relativamente escuetos, que, a guisa de recordatorio, proporcionan al lector una referencia sucinta de todos aquellos conceptos, definiciones, proposiciones, lemas, teoremas, demostraciones, formulaciones y demás elementos teóricos indispensables -aunque no siempre suficientes- para la correcta resolución de los numerosos ejercicios prácticos que se proponen. El lector/a podrá comprobar, de forma inmediata, que los ejercicios poseen un elevado nivel de detalle en su desarrollo resolutivo, pretendiéndose con ello patentizar la necesaria relación existente entre éstos y los conocimientos teóricos aludidos, puesto que dichos ejercicios constituyen un medio poderoso de adquisición y de consolidación de los expresados conocimientos. Eso sí, como siempre, todos aquellos errores u omisiones que puedan aparecer en el texto serán de responsabilidad exclusiva del autor.

Es, sin duda, la práctica profesional la que hará surgir problemas nuevos a los que enfrentarse y resolver con rigor científico a través de los propios conocimientos. Y es que el cultivo del mecanismo abstracto no deja huella útil si no va acompañado del ejercicio de las facultades de abstracción y concreción a los problemas reales y de interpretación práctica de sus resultados. Tal es el carácter que no hemos querido obviar en el presente curso.

En este mismo capítulo introductorio se incluye una lista de referencias bibliográficas acerca de la que debo advertir, como suele suceder, que son todas las que están pero, evidentemente, que no están todas las que son. La selección ha sido realizada por gusto personal del docente y por aproximación al nivel del texto. Al final del curso, se adjuntan cinco apéndices útiles para el recordatorio y consulta de algunos de los temas o herramientas matemáticas tratadas en el cuerpo principal del mismo.

Mi reconocimiento, en fin, a las diversas instituciones que han apoyado nuestra iniciativa y, particularmente, a la Junta Rectora del Consorcio Universitario del Centro Asociado de Tortosa de la Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED), a la imprenta Gráfica Dertosense, S.L. y, en general, a todos cuantos se han interesado por la confección del presente curso, aportando sugerencias y valiosos consejos dirigidos a la mejor consecución de nuestro empeño.

Tortosa, agosto de 2020.
J. M. FRANQUET

- ÍNDICE GENERAL DEL CURSO -

LECCIÓN 10. ECUACIONES EN DIFERENCIAS FINITAS (I) – Pág. 225

LECCIÓN 11. ECUACIONES EN DIFERENCIAS FINITAS (II) – Pág. 251

LECCIÓN 21. FUNCIONES PERIÓDICAS Y ANÁLISIS ARMÓNICO (II) – Pág. 479

1. La transformada de Fourier

1.1. Generalidades

1.2. Transformadas de algunas funciones conocidas

1.3. Tabla de transformadas de Fourier

2. Estudio del golpe de ariete hidráulico

2.1. Idea previa

2.2. Como ecuación en diferencias finitas

2.3. Como ecuación diferencial ordinaria

2.4. Como ecuación integro-diferencial

2.5. Como función de Bessel

2.6. Amortiguación exponencial

2.7. Aproximaciones asintóticas

LECCIÓN 22. ECUACIONES INTEGRALES – Pág. 510

1. Conceptos previos

2. Clasificación

3. Ecuaciones integrales de Volterra

4. Ecuaciones integrales de Freedholm

APÉNDICE II. EXTREMOS DE FUNCIONES MULTIVARIANTES – Pág. 606

APÉNDICE V. TEORÍA DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS – Pág. 699