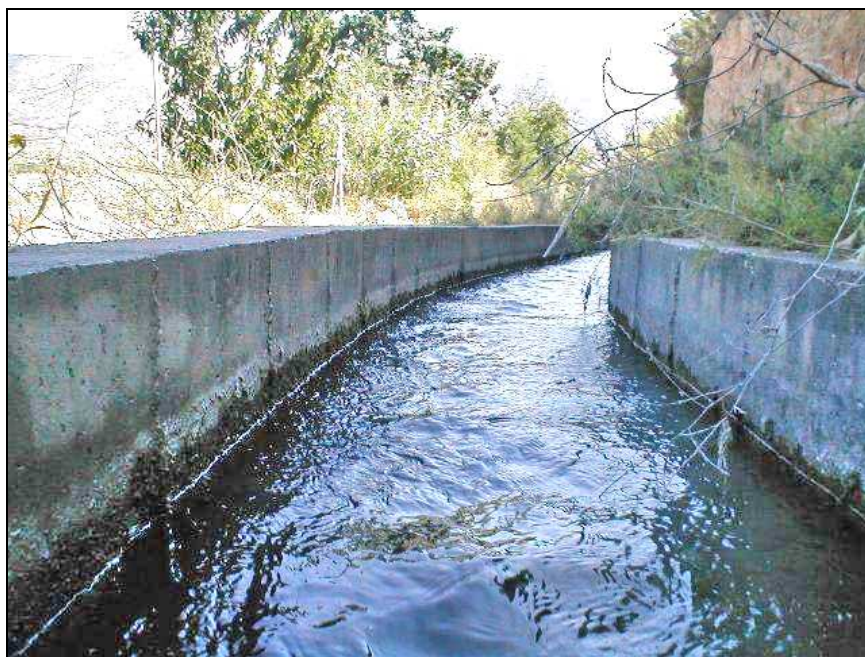


# NOVES FORMULACIONS PER AL CÀLCUL DE LES CONDUCCIONS LLIURES

Autor: Josep Maria FRANQUET BERNIS, Dr. Enginyer Agrònom, EUR-ING



## ÍNDEX

	<u>Pág.</u>
1. Introducció.....	2
2. Fórmula de Manning-Strickler.....	2
3. Fórmula de Bazin.....	3
4. Fórmules de Franquet.....	5
5. Comportament hidràulic de les corbes.....	9
5.1. Pèrdua de càrrega: formulació teòrica del procés.....	9
5.2. Elevació del nivell de la làmina d'aigua a la riba còncava.....	11
6. Corba de capacitat d'un canal.....	13
7. Uniformitat hidràulica.....	15
BIBLIOGRAFIA.....	19



## 1. INTRODUCCIÓ

Al llarg del temps, han estat nombroses les formulacions teòriques i/o experimentals emprades per al dimensionament de les conduccions hidràuliques lliures (canals, rius, sèquies de reg, desguassos agrícoles, industrials i urbans, etc.). El problema de l'enginyer projectista rau, sovint, en escollir la fórmula més adient per tal de resoldre el problema plantejat en cada cas. En aquest article es fa una síntesi d'algunes de les fórmules més importants històricament aplicades i es proposa una formulació universal que constitueix un resum contrastat empíricament de les mateixes. S'estudien també altres conceptes com el capteniment del fluid a les corbes o la corba de capacitat dels canals i s'introdueix el concepte d'*uniformitat hidràulica* en la distribució de les variables hidràuliques per una àrea regable determinada.

## 2. FÓRMULA DE MANNING-STRICKLER

L'enginyer irlandès Robert Manning, a la seva publicació *Flow of water in open channels and pipes*, va proposar l'any 1890 per al coeficient C de Chèzy el valor:

$$C = \frac{R^{1/6}}{n}, \text{ d'on: } V = \frac{1}{n} R^{2/3} \cdot I^{1/2},$$

on V és la velocitat mitjana de la secció.

Aquesta mateixa fórmula, escrita en la forma:  $V = N \cdot R^{2/3} \cdot I^{1/2}$ , sol anomenar-se "fórmula de Strickler", essent **n** un coeficient de rugositat i **N**, el seu invers, un coeficient de suavitat.

Aquesta fórmula, de gran simplicitat i els resultats de la qual concorden prou bé amb els de la fórmula de Kütter, és molt utilitzada actualment. El coeficient C depèn de la forma i de la rugositat de les parets i solera (n). La fórmula resulta particularment apropiada per al moviment turbulent complet, zona en la que treballen la majoria dels canals i sèquies, i molt particularment les utilitzades per al reg.

Els valors del coeficient **n** per a l'expressió general de Manning i per a sèquies de diverses característiques, pot veure's a continuació:

<b>Taula de valors <math>n</math> en les fórmules de Ganquillet-Kütter i Manning</b>			
(Basats en els valors proposats per Robert E. Horton. Ref. <u>Apuntes de Hidráulica general y agrícola</u> . J. E. Torres Sotelo. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos de Valencia, 1970). Adaptació del propi autor.			
<b>Tipus de conducció lliure</b>	<b>Mínim</b>	<b>Normal</b>	<b>Màxim</b>
<b>I.- Canonades parcialment plenes</b>			
Plàstic (PVC, PE, PRFV, ...)	0'008	0'009	0'010
Acer	0'010	0'012	0'014
Foneria no revestida	0'012	0'014	0'016
Foneria revestida	0'011	0'012	0'013
Vidre	0'009	0'010	0'012
Ciment polit ("lliscat")	0'010	0'011	0'013
Morter de ciment	0'011	0'013	0'015
Formigó en massa vibroprensat o armat	0'011	0'013	0'014
Ceràmica vitrificada	0'011	0'013	0'015
Argila (per a drenatge)	0'012	0'014	0'016
Maó amb morter de ciment (clavegueres)	0'012	0'015	0'017
Paret seca amb ciment	0'017	0'025	0'030
<b>II.- Canals revestits</b>			
Ciment lliscat	0'010	0'011	0'013
Morter	0'011	0'013	0'015
Formigó acabat a llana	0'011	0'013	0'015
Formigó en brut	0'014	0'017	0'020
Maó	0'012	0'015	0'018
Paret seca llaurada i rejuntada	0'013	0'016	0'020
Paret seca amb morter de ciment	0'017	0'025	0'030
Paret seca	0'025	0'030	0'035
Conductes metàl·lics semicirculars, llisos	0'011	0'013	0'015

### 3. FÓRMULA DE BAZIN

La fórmula de Darcy-Bazin figura amb dos coeficients,  $\alpha'$  i  $\beta$ , cadascun dels quals depèn, segons una llei desconeguda, de l'estat i naturalesa de les parets de la llera. Posteriorment, Bazin criticà les seves primeres fórmules referents als valors de l'expressió:

$$\alpha = 1/C^2 = \alpha' (1 + \beta/R),$$

retraient-los que al créixer  $R$  variaria  $C$  però disminuint massa lentament, quan, en realitat, amb l'augment de  $R$  hauria de perdre ràpidament importància la naturalesa de les parets.

Després d'un gran nombre d'experiències realitzades en canals artificials de diferents seccions i rugositats, H. Bazin en els seus *Annales*

des *Ponts et Chaussées* proposà, al 1897, com a valor del coeficient de Chèzy:

$$C = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}},$$

que, de fet, resulta ser la fórmula simplificada de Kütter substituint el valor 87 en lloc del 100, essent  $\gamma$  un coeficient de rugositat que depèn de la naturalesa de les parets de la llera natural o artificial, d'acord amb els 7 valors del següent quadre.

Taula 1. Valors del coeficient  $\gamma$  de Bazin.

<u>Categoria</u>	<u>Naturalesa de les parets de la llera</u>	<u><math>\gamma</math></u>
1	Parets molt llises (enllustrat llis de ciment, fusta raspallada)	0,06
2	Parets llises (formigó fi sense polir, cadiratge i maons)	0,16
2 <sup>a</sup> )	Parets de formigó poc polit, paret seca corrent partida	0,30
3	Parets de paret seca de cantells rodats	0,46
4	Parets de terra de superfície molt regular, revestiment en sec	0,85
5	Parets de terra en condicions ordinàries	1,30
6	Parets de terra en males condicions (fons de cantells rodats, cobertes de vegetació, roques)	1,75

La fórmula de Bazin dóna bons resultats en petits canals artificials, ja que fou deduïda amb dades experimentals que s'obtingueren en aquest tipus de lleres. La seva resolució gràfica es realitzà, durant molt de temps, mitjançant l'aplicació de l'enginyós "àbac de M. d'Ocagne", avui en dia avantatjosament substituït per les calculadores electròniques de butxaca.

De fet, H. Bazin<sup>1</sup> reprovà a les seves pròpies primeres fórmules la circumstància de què, per a diferents graus de rugositat de la paret, en créixer el radi R, el coeficient C de l'equació de Chèzy pren també diversos valors, mentre que, nogensmenys, en augmentar la profunditat o calat sembla que hauria de perdre importància la naturalesa de la paret.

Seguint un ordre cronològic, hem de citar immediatament a C. Hessle, qui, el mateix que Harder, dedueix la resistència de frec de la distribució de velocitats a l'interior de la massa líquida. Si bé les hipòtesis en les quals es basava són certament discutibles, arriba a una fórmula final que, al contrari que la de Harder, coincideix en els seus resultats

<sup>1</sup> H. BAZIN, en *Annales des ponts et chaussées* (7) 7<sup>4</sup> (1897), pàg. 55.

numèrics amb altres estimacions anteriors. A més, resulta senzilla i utilitzable per a petites pendents. Aquesta fórmula, per a cursos d'aigua naturals, és la següent:<sup>2</sup>

$$V = 25 \left( 1 + \frac{1}{2} \sqrt{R} \right) \sqrt{R \cdot I} = 25 \cdot \sqrt{R \cdot I} + 12'5 \cdot R \cdot \sqrt{I} = 12'5 \sqrt{I} \cdot (2\sqrt{R} + R).$$

*Exemple.* Una llera de secció mullada **S** es compon de dos trams consecutius de longituds  $l_1$  i  $l_2$  per a les quals el coeficient de Bazin és  $\gamma_1$  i  $\gamma_2$ , respectivament. Es tracta de calcular la velocitat  $V$  per a una pendent  $I$ . Si la rugositat és la mateixa per ambdós trams, es té, segons De Chèzy,  $I = \frac{V^2(l_1 + l_2)}{S \cdot C^2}$ , i si s'admeten diferents coeficients  $C_1$  i  $C_2$ , s'obté:  $I = \frac{V^2}{S} \left( \frac{l_1}{C_1^2} + \frac{l_2}{C_2^2} \right)$ , doncs bé:

$$V = 87 \sqrt{S \cdot I} : \sqrt{l_1 \left( 1 + \frac{\gamma_1}{\sqrt{R}} \right)^2 + l_2 \left( 1 + \frac{\gamma_2}{\sqrt{R}} \right)^2}.$$

Per suposat, aquesta fórmula aproximada seria inaplicable si la distribució de velocitats no fos idèntica als dos trams de la conducció lliure que ens ocupa.

#### 4. FÓRMULES DE FRANQUET

Al seu llibre titulat "Cinco temas de Hidrología e Hidráulica" (Universitat Internacional de Catalunya. Tortosa, 2003) l'autor aplica i simplifica la fórmula de la velocitat:

$$V = \sqrt{\frac{2g}{\lambda}} \times \sqrt{R \cdot I} = \sqrt{\frac{2g \cdot R \cdot I}{\lambda}},$$

substituint el valor obtingut de:  $\lambda = f(R)$ , amb la qual cosa quedaran 12 fórmules (1 per a cada categoria de rugositat) en funció del radi hidràulic  $R$  i del pendent  $I$ . **Són les fórmules universals proposades per aquest autor basades, tant en experiències pròpies, com en l'estudi estadístic de les formulacions clàssiques de Darcy-Weissbach, Bazin, Ganguillet i Kütter simplificada, Manning-Strickler, Koeschlin i Biel.**

Com ha pogut observar-se en tots els casos (per a les 12 categories de rugositat), la línia de tendència que millor s'ajusta és la funció potencial o doblement logarítmica. En segon lloc, els millors valors

<sup>2</sup> C. HESSLE, en *Zeitschrift für Gewässerkunde* 2 (1899), pàg.31.

de  $R^2$  i  $F$  s'han obtingut, també en tots els casos, per a la funció semilogàrítica, com pot comprovar-se en l'annex corresponent del llibre esmentat. Pot succeir que, en alguna circumstància específica, sigui més pràctic calcular  $\lambda$  mitjançant l'aplicació dels ajustos o transformacions semilogàrítiques expressades, que tenen una configuració analítica del tipus:

$$\lambda = \alpha + \beta \cdot \ln R, \quad R = A \cdot B^\lambda,$$

La derivada de la funció  $\lambda(R)$  vindrà donada per l'expressió:

$\lim_{\Delta R \rightarrow 0} \frac{\Delta \lambda}{\Delta R} = \frac{d\lambda}{dR} = \frac{\beta}{R}$ , de tal manera que el pendent de la corba decreix fermament a mesura que augmenta  $R$ . Això es posa de manifest amb claredat si ens atenem a la contemplació del següent gràfic, a saber:

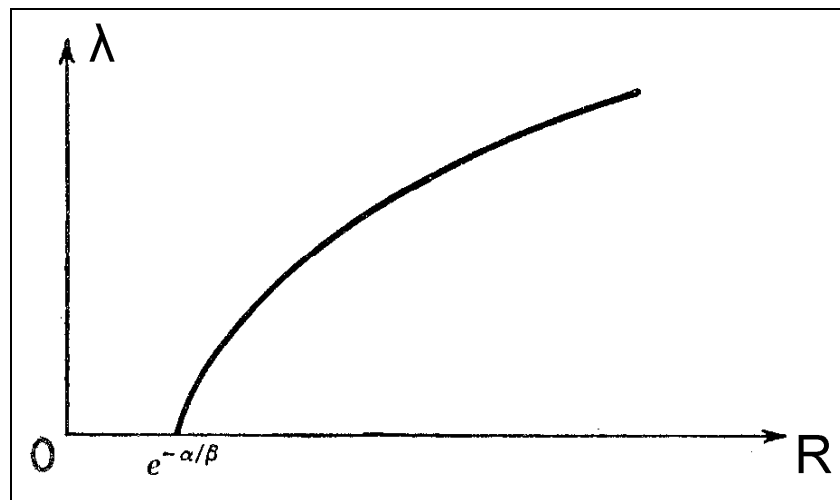


Fig. 1. Representació gràfica de la funció semilogàrítica:  $\lambda = f(R)$ .

Un cop trobat el valor corresponent de  $\lambda$ , mitjançant la fórmula anterior de Darcy-Weissbach, i coneixent el valor del pendent motriu  $I$ , es determinen la velocitat i el cabal.

Quan  $\lambda = 0$ , es té que:  $\ln R = -\alpha/\beta$ , pel què el punt d'intersecció amb l'eix de les  $R$  (abscisses) és el de coordenades cartesianes rectangulars  $(e^{-\alpha/\beta}, 0)$ . La inversa d'aquesta funció és:

$$R = e^{-\frac{\alpha}{\beta}} \times e^{\frac{\lambda}{\beta}} = e^{\frac{\lambda - \alpha}{\beta}} = A \times B^\lambda,$$

en la qual  $\begin{cases} A = e^{-\alpha/\beta} \\ B = e^{1/\beta} \end{cases}$ , tractant-se d'una funció de creixement ferm i persistent.

Per a calcular les rames infinites d'aquesta funció, es té que:

$$m = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\lambda}{R} = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\alpha + \beta \times \ln R}{R} = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\alpha}{R} + \beta \times \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\ln R}{R} = 0 + \frac{\infty}{\infty},$$

que resulta una indeterminació, que resoldrem per aplicació de la regla de l'Hôpital, amb la qual cosa:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\ln R}{R} = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{1}{R} = 0, \text{ o sigui, } m = 0, \text{ i així existeix una rama}$$

parabòlica horitzontal (segons l'eix d'abscisses OR), que és una recta impròpia.

Per últim, vegem que les 12 categories o classes de rugositat de les parets i solera de les conduccions lliures a les quals ens hem referit aquí, que resulten útils per a l'aplicació de les fórmules universals proposades per aquest autor per al càlcul d'aquest tipus de lleres, podrien classificar-se així:

Taula 2. Classificació de les lleres segons categories de rugositat.

Classe de llera	Categ. (K)	Rugositat	Tipologia de la llera
Lleres Artificials	1	Molt baixa	Sèquies de reg i canonades parcialment plenes.
	2	"	
	3	Baixa	Canals revestits de formigó.
	4	"	
	5	Mitja-baixa	Canals revestits de paret seca.
	6	"	
7	Mitja-alta	Canals excavats (sense revestir).	
8	"		
Lleres Naturals	9	Alta	Lleres naturals consolidades.
	10	"	
	11	Molt alta	Lleres naturals sense consolidar (en avingudes).
	12	"	

En qualsevol cas, per a les 12 categories de rugositat (1-12), substituint els valors obtinguts, es tindrà, per a cada cas, les següents funcions potencials per a la velocitat mitjana:

$$1- V = \sqrt{\frac{2g \cdot R \cdot I}{0'0026 \times R^{-0'243}}} = 86'85 \times R^{0'6215} \times I^{0'5}$$

$$2- V = \sqrt{\frac{2g \cdot R \cdot I}{0'0032 \times R^{-0'2691}}} = 78'29 \times R^{0'63455} \times I^{0'5}$$

$$3- V = \sqrt{\frac{2g \cdot R \cdot I}{0'004 \times R^{-0'2952}}} = 70'02 \times R^{0'6476} \times I^{0'5}$$

$$4- V = \sqrt{\frac{2g \cdot R \cdot I}{0'0048 \times R^{-0'3112}}} = 63'92 \times R^{0'6556} \times I^{0'5}$$

$$5- V = \sqrt{\frac{2g \cdot R \cdot I}{0'0062 \times R^{-0'3308}}} = 56'24 \times R^{0'6654} \times I^{0'5}$$

$$6- V = \sqrt{\frac{2g \cdot R \cdot I}{0'008 \times R^{-0'3545}}} = 49'51 \times R^{0'67725} \times I^{0'5}$$

$$7- V = \sqrt{\frac{2g \cdot R \cdot I}{0'0102 \times R^{-0'3665}}} = 43'85 \times R^{0'68325} \times I^{0'5}$$

$$8- V = \sqrt{\frac{2g \cdot R \cdot I}{0'0133 \times R^{-0'3914}}} = 38'4 \times R^{0'6957} \times I^{0'5}$$

$$9- V = \sqrt{\frac{2g \cdot R \cdot I}{0'0197 \times R^{-0'4166}}} = 31'55 \times R^{0'7083} \times I^{0'5}$$

$$10- V = \sqrt{\frac{2g \cdot R \cdot I}{0'0268 \times R^{-0'4222}}} = 27'05 \times R^{0'7111} \times I^{0'5}$$

$$11- V = \sqrt{\frac{2g \cdot R \cdot I}{0'0364 \times R^{-0'4332}}} = 23'21 \times R^{0'7166} \times I^{0'5}$$

$$12- V = \sqrt{\frac{2g \cdot R \cdot I}{0'0514 \times R^{-0'4384}}} = 19'53 \times R^{0'7192} \times I^{0'5}$$

De la mateixa manera, per a tots els casos, també pot resultar útil la utilització directa de la fórmula que ens ofereix el cabal:  $Q = S \cdot V$ , i/o substituint el valor del radi hidràulic mitjà per:  $R = S/c$ , essent  $c$  el contorn o perímetre mullat de la llera en qüestió. Així, s'obtindran les següents expressions per al cabal:

$$1- Q = 86'85 \cdot c \cdot R^{1'6215} \cdot I^{0'5}$$

$$2- Q = 78'29 \cdot c \cdot R^{1'63455} \cdot I^{0'5}$$

$$3- Q = 70'02 \cdot c \cdot R^{1'6476} \cdot I^{0'5}$$

$$4- Q = 63'92 \cdot c \cdot R^{1'6556} \cdot I^{0'5}$$



$$5- Q = 56'24 \cdot c \cdot R^{1'6654} \cdot I^{0'5}$$

$$6- Q = 49'51 \cdot c \cdot R^{1'67725} \cdot I^{0'5}$$

$$7- Q = 43'85 \cdot c \cdot R^{1'68325} \cdot I^{0'5}$$

$$8- Q = 38'40 \cdot c \cdot R^{1'6957} \cdot I^{0'5}$$

$$9- Q = 31'55 \cdot c \cdot R^{1'7083} \cdot I^{0'5}$$

$$10- Q = 27'05 \cdot c \cdot R^{1'7111} \cdot I^{0'5}$$

$$11- Q = 23'21 \cdot c \cdot R^{1'7166} \cdot I^{0'5}$$

$$12- Q = 19'53 \cdot c \cdot R^{1'7192} \cdot I^{0'5}$$

## 5. COMPORTAMENT HIDRÀULIC EN LES CORBES

### 5.1. PÈRDUA DE CÀRREGA: FORMULACIÓ TEÒRICA DEL PROCÉS

En el cas d'un colze o corba en una llera natural, canal o sèquia de reg o de desguàs, les partícules d'aigua, per la seva pròpia inèrcia, continuen el moviment en la direcció primitiva, abans de seguir la nova. Aquest fet implica, com a conseqüència, una secció contreta, seguida d'un eixamplament que, segons va deduir Borda, produeix una certa pèrdua de càrrega. Si es representa per **b** l'amplada, per **h** la profunditat (uniforme), per  $\beta$  l'angle d'ambdues direccions, per  $C_1$  i  $C_2$  dues constants, i per  $v$  un petit número, Boussinesq<sup>3</sup> va calcular les següents expressions:

- Distància de la secció contreta al punt d'intersecció dels eixos =

$$= C_1 \frac{b}{\beta} \left( \frac{b}{h} \right)^{1-v}.$$

- Distància de la secció contreta fins la paret =  $C_1 b \left( \frac{b}{h} \right)^{1-v}$ .

- Distància des del punt d'intersecció dels eixos fins aquella zona en la

qual els filets líquids tornen a ser paral·lels =  $C_2 \frac{b}{\beta} \left( \frac{b}{h} \right)^{1-v}$ .

A partir d'aquí, Boussinesq considera un tros corb de canal o de riu com una successió continua de colzes als que aplica les anteriors

<sup>3</sup> *Eaux courantes*, pàg. 602; J. de math. (3) 9 (1883), pàg. 129.

expressions, arribant a la conseqüència de què la pèrdua de càrrega, per unitat de longitud de la conducció, pot expressar-se de la forma:

$$\tau = \frac{V^2}{h} \sqrt{\frac{b}{\rho}} \left(\frac{b}{h}\right)^{\frac{1-3\nu}{2}},$$

en la qual  $(1-3\nu)$  és un número molt petit,  $\tau$  una constant i  $\rho$  el radi de curvatura del filet mitjà (aproximadament coincident amb l'eix hidràulic de la conducció). En conseqüència, essent vàlida l'expressió de Chèzy per als trams rectes:  $V = C\sqrt{h \cdot I}$  (considerant, en lleres suficientment amples,  $h \approx R$ ) per als trams corbs resultarà l'expressió:

$$I = \frac{V^2}{h} \left( \frac{1}{C^2} + \tau_1 \sqrt{\frac{b}{\rho}} \right),$$

essent  $\tau_1$  una nova constant que, segons els estudis desenvolupats per W. Lahmeyer<sup>4</sup>, val aproximadament  $\frac{3}{4} \times \frac{1}{C^2}$ , o sigui que té les dimensions:  $m \cdot^{-1} \text{sec.}^2 (L^{-1} \cdot T^2)$ .

La representació gràfica corresponent seria la següent:

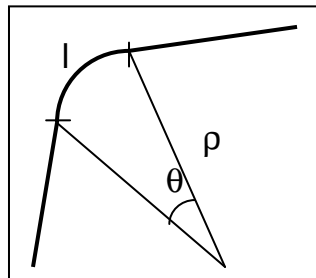


Fig. 2. Planta de la traçada en tram corb d'una conducció lliure.

D'aquesta forma, considerant més correctament, per a una conducció lliure qualsevol, el valor del radi hidràulic en lloc de la profunditat, la fórmula anterior quedaria expressada així:

$$I = \frac{V^2}{R} \times \frac{1}{C^2} \left( 1 + \frac{3}{4} \sqrt{\frac{b}{\rho}} \right),$$

que, escrita en funció del coeficient de Fanning, ofereix l'expressió:

<sup>4</sup> Allgemeine Bauzeitung 17 (1852), pàg. 153.

$$l = \frac{V^2 \times \lambda}{R \times 2g} \left( 1 + \frac{3}{4} \sqrt{\frac{b}{\rho}} \right),$$

corresponent el primer terme a las pèrdues de càrrega en els trams rectes i el segon a l'efecte de la curvatura de la traçada de la llera. Només en canals o lleres naturals suficientment amples, la profunditat  $h$  és equivalent al radi hidràulic mitjà.

Així doncs, l'increment de la pèrdua de càrrega total degut a un tram corb de longitud  $l$ , serà, tenint en compte que:  $l = \rho \cdot \theta$  (expressant l'angle de curvatura  $\theta$  en radians):

$$\Delta l = \frac{0'75 \times V^2 \times \lambda}{R \times 2g} \left( \sqrt{\frac{b \times \theta}{l}} \right) \times l = \frac{0'038 \times V^2 \times \lambda}{R} \times \sqrt{b \times \theta \times l}.$$

## 5.2. ELEVACIÓ DEL NIVELL DE LA LÀMINA D'AIGUA A LA RIBA CÒNCAVA

En els trams corbs, el punt més baix o profund de la secció transversal de la llera del riu o canal es troba necessàriament pròxim a la vora exterior (còncava) i en aquest punt, el nivell de la làmina d'aigua es més elevat. Sobre un filet líquid animat de la velocitat  $V$ , en la superfície d'una corba de la llera actuen els següents esforços: el pes  $G$  i la força centrífuga:  $\frac{G}{g} \times \frac{V^2}{x}$ ; la superfície de nivell ha d'ésser normal a la resultant de la composició d'ambdues forces i té, per tant, la inclinació:

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{X}{Z} = \frac{\frac{G}{g} \times \frac{V^2}{x}}{G} = \frac{V^2}{g \times x}; \text{ o sigui:}$$

$g \times dz = V^2 \times \frac{dx}{x}$ ; senzilla equació diferencial de variables separables que integrada ofereix:  $g z = V^2 \cdot \ln x + C$ .

En el punt corresponent de la vora convexa ( $x = R_1$ ), l'elevació del nivell de l'aigua serà nul·la ( $z = 0$ ), a saber:  $0 = V^2 \cdot \ln R_1 + C$ , amb la qual cosa, coneixent el valor de la constant d'integració, es té la integral o solució particular:

$$g z = V^2 \cdot \ln x - V^2 \cdot \ln R_1 = V^2 \cdot \ln \frac{x}{R_1};$$

i s'obté com a equació de la línia de nivell -si admitem que la velocitat  $V$  està repartida uniformement per la secció- l'expressió:

$$z = \frac{V^2}{g} \times \ln \frac{x}{R_1}$$

La màxima elevació del nivell de l'aigua es produirà a la vora exterior o còncaua ( $x = R_2$ ), que és la que pot resultar més afectada, amb la qual cosa es tindrà que:

$$h = \frac{V^2}{g} \times \ln \frac{R_2}{R_1} = 2'3 \times \frac{V^2}{g} \times \log \frac{R_2}{R_1} = K \times V^2 = f(V)$$

essent:

$g$  = acceleració de la gravetat = 9'806 m/seg<sup>2</sup>.

$R_1$  = radi de curvatura de la vora interior.

$R_2$  = radi de curvatura de la vora exterior.

$K$  = constant.

$x$  = abscissa.

$\rho$  = radi de curvatura mig =  $\frac{R_1 + R_2}{2}$

De la deducció teòrica anterior s'infereix que aquesta elevació és funció no solament dels radis de curvatura d'ambdues vores del riu o llera artificial, sinó també de la velocitat de l'aigua que, com ja s'ha explicat anteriorment, pot incrementar-se com a conseqüència de l'estremiment de la llera a causa dels pilars de sosteniment o els estreps d'un pont, la sortida d'un túnel o aqüeducte, obstacles submergits, etc.

Observis, d'altra banda, l'especial gravetat que entranya el fet que la velocitat figuri en termes quadràtics en l'expressió anteriorment calculada, el que provocaria, v. gr., que a un augment perfectament admissible del 20% (por efecte de les obres de fàbrica esmentades) en la velocitat de l'aigua correspondria un increment del nivell a la vora exterior de:

$$h' = K \cdot V'^2 = K \cdot (1'20 \cdot V)^2 = K \cdot 1'44 \cdot V^2 = 1'44 \cdot h$$

el que implica un augment del **44%** en l'elevació del nivell de l'aigua en la vora còncaua. Aquestes variacions de nivell de la superfície lliure influeixen sobre la llei del moviment del líquid a la corba, ja que el pendent, i per tant la velocitat, augmenten al final d'una vora còncaua i disminueixen al final d'una convexa. També resulta evident que la

soscavació o aterrament de la llera natural es manifesten en alguna distancia aigües avall de les zones de les vores causants d'aquells.

Altrament, aquesta elevació de nivell correspon, més o menys, a aquella part de secció en la qual el corrent porta la velocitat  $V$ . A la llera és menor i els filets fluids són desviats cap a la zona de menor pressió, és a dir, cap a la part interior de la corba. Per a reemplaçar aquests filets desviats, les capes superficials, més ràpides, baixen en arribar a la vora, **establint-se així un moviment helicoidal.**

## 6. CORBA DE CAPACITAT D'UN CANAL

Pot ser interessant, per a l'enfocament i resolució de certs casos pràctics, d'altra banda, l'obtenció de l'anomenada "corba de capacitat d'un canal", o corba de cabal d'un canal en funció del calat. Es tracta d'una característica o corba limnimètrica del cabal, ja que l'altura mitjançant la qual es dedueix el cabal es llegeix a una regla graduada que pot observar-se en alguns punts d'aquestes lleres lliures (proximitat de comportes, derivacions, estacions foronòmiques, etc.) denominada *limnímetre*.

A un canal de secció donada, l'àrea  $S$  i el radi hidràulic  $R$  són funció del calat  $h$ , podent-se calcular el cabal de la conducció, per a cada nivell del calat, mitjançant alguna de les expressions relacionades a l'epígraf anterior 4. Si tenim en compte, per exemple, per a una determinada categoria de rugositat:  $K = 4$  (canal revestit de formigó), la formulació proposta per aquest autor:

$$Q = 63'92 \cdot S \cdot R^{0'6556} \cdot I^{0'5} \quad (1)$$

això és:

$$\frac{Q}{63'92 \times I^{0'5}} = S \times R^{0'6556} \quad (2)$$

expressió en la qual el segon membre és una funció de calat  $h$  per a cada secció transversal, i al ser proporcional al cabal, es denomina "capacitat de la secció", designant-se per  $K$ , així:

$$K = S \cdot R^{0'6556} = K(h); \text{ d'on:}$$

$$Q = 63'92 \cdot K(h) \cdot I^{0'5}.$$

Es pot ordinàriament admetre que:  $K(h) = C_0 \cdot h^{n/2}$  (3), essent  $C_0$  una constant i  $n$  un paràmetre designat per Bakmeteff amb el nom de "exponent hidràulic", amb la qual cosa:

$$Q = 63'92 \cdot C_0 \cdot h^{n/2} \cdot I^{0'5} = C_1 \cdot h^{n/2} \quad (4),$$

en què:  $C_1 = 63'92 \cdot C_0 \cdot I^{0'5}$ .

Les corbes de capacitat del canal, representades en paper doblement logarítmic, poden substituir-se, al menys en trams determinats, per la funció (resultant de prendre logaritmes decimals o neperians en l'expressió anterior):

$$\log Q = \log C_1 + n/2 \cdot \log h .$$

La relació (3) pot obtenir-se per interpolació en paper logarítmic. L'expressió (4) revela que la corba limnimètrica és de característiques similars a una paràbola, i el valor de la constant  $C_1$  queda determinat, a la pràctica, amb un parell de mesures del cabal.

Aquesta expressió, ofereix la funció derivada:

$$Q' = \frac{dQ}{dh} = \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta h} = C_1 \times \frac{n}{2} \times h^{\frac{n-2}{2}},$$

de forma que si  $n/2$  és major que la unitat, el pendent de la corba augmenta contínuament conforme ho fa  $h$ , mentre que si  $n/2$  es troba comprès entre 0 i 1, el pendent decreix contínuament, tal com indica la figura següent:

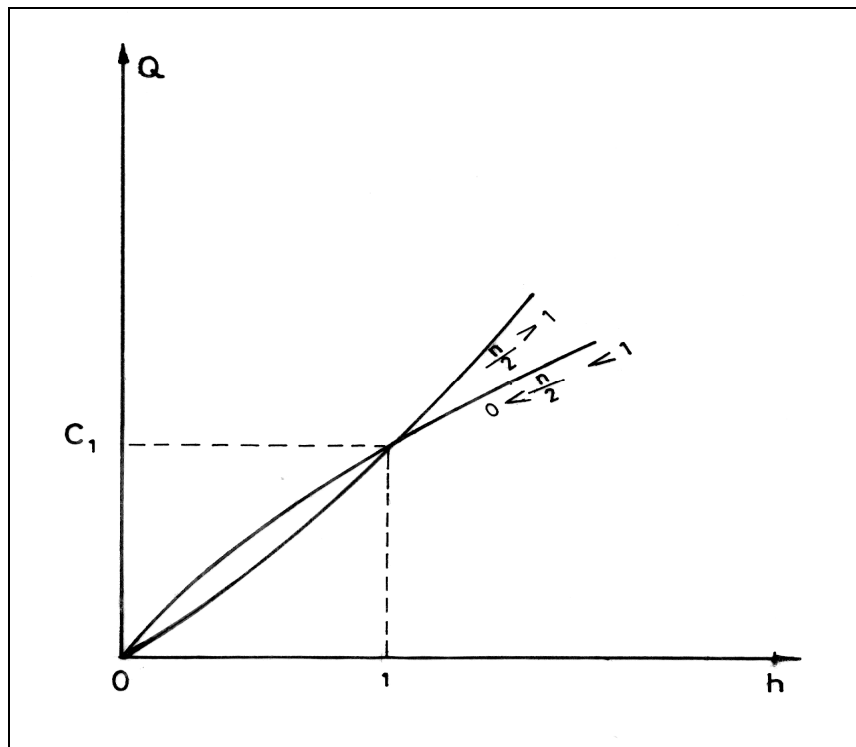


Fig. 3. Diferents formes de la "corba de capacitat" d'un canal.

Per a un o altre valor de  $n/2$ ,  $Q$  tendeix cap a infinit quan  $h$  tendeix també cap a infinit. En aquest cas, l'elasticitat ja definida de  $Q$  respecte a  $h$  vindrà donada per l'expressió:

$$\frac{EQ}{Eh} = \frac{h}{Q} \times Q' = \frac{h}{C_1 \times h^{n/2}} \times C_1 \times \frac{n}{2} \times h^{\frac{n-2}{2}} = \frac{n}{2},$$

que és justament la meitat del valor de "l'exponent hidràulic" de Bakmeteff.

Endemés, de la investigació de les rames infinites d'aquesta funció, es dedueix que:

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{Q}{h} = \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{C_1 \times h^{n/2}}{h} = \lim_{h \rightarrow \infty} C_1 \times h^{\frac{n-2}{2}},$$

i es poden produir els següents casos:

- per a  $n > 2$**  → el límit anterior és  $+\infty$ , amb la qual cosa es té una rama parabòlica cap a dalt (vertical), segons l'eix OQ.
- per a  $n = 2$**  → és una recta que passa per l'origen de coordenades.
- per a  $n < 2$**  → el límit anterior és 0, i es tracta d'una rama parabòlica horitzontal (segons l'eix Oh).

En ambdós casos, succeeix que per a  $h = 1 \Rightarrow Q = C_1$ , i també, per a  $n = 0 \Rightarrow Q = C_1$ .

## 7. UNIFORMITAT HIDRÀULICA

La uniformitat és una magnitud que caracteritza qualsevol sistema de reg i que, a més, intervé en el seu disseny, tant en l'agrònic, ja que afecta al càlcul de les necessitats totals d'aigua dels cultius, com en l'hidràulic, ja que en funció d'aquesta es defineixen els límits entre els quals es permet que varien els cabals dels emissors en els sistemes de reg a pressió (aspersió i localitzats d'alta freqüència). La uniformitat és, si més no, un dels objectius bàsics que persegueix el disseny i que serveix de pont o nexa d'unió entre l'agronomia i la hidràulica, ja que si la uniformitat no és alta, hi haurà diferències apreciables entre les quantitats d'aigua (i abonaments dissolts, en el cas de la fertirrigació) que es subministren a unes plantes i altres, i, com a conseqüència d'això, el cultiu no serà homogeni i el seu rendiment disminuirà. Si per tal de solucionar aquest problema optem per augmentar les dosis de reg, de tal

forma que la planta que estigui en pitjors condicions (cas més desfavorable per raons taquimètriques o estadimètriques) rebi realment l'aigua que precisa, existiran moltes altres plantes que rebin volums superiors a les seves necessitats i, per tant, es produeix un desaprofitament d'aigua. Però és que a més, aquesta solució pot minvar també els rendiments per excés d'aigua en alguns casos (asfíxia radicular), i sempre exigirà, o bé majors cabals aportats (amb el consegüent dimensionat excessiu de la xarxa) i/o bé majors necessitats d'energia i fertilitzants, en augmentar el nombre d'hores de funcionament del reg.

Es comprèn, doncs, que al projectar un regadiu cal tenir en compte la consecució d'una uniformitat alta, buscant com a objectiu final treure el màxim partit possible a un sistema de reg normalment car i a un recurs escàs per a obtenir una gran "eficiència", entenent com a tal la proporció de l'aigua total que s'aplica al terreny que és realment utilitzada pel cultiu, mesurada pel producte entre el coeficient d'uniformitat i la relació de transpiració del cultiu (quocient entre l'aigua transpirada i l'aigua aplicada a la planta).

Possiblement, la mesura més coneguda de la uniformitat del reg és el coeficient d'uniformitat (CU) de Christiansen, proposat pel seu autor l'any 1942 i àmpliament utilitzat al reg per aspersion en les seves diferents modalitats. Així i tot, aviat es va veure que l'aplicació d'aquesta fórmula presentava alguns inconvenients, ja que mesurava les desviacions respecte a la mitjana aritmètica, raó per la qual atorgava idèntica importància a les variacions per damunt de la mitja que a les que es produïen per sota, fet que no es compagina suficientment bé amb els efectes agronòmics respectius. Aquesta última circumstància pot resultar particularment greu en el cas dels regs localitzats d'alta freqüència (RLAF), ja que mentre les variacions per dalt de la mitja assenyalen un desaprofitament del recurs que, en general, no afectarà al cultiu, encara que sí a l'eficiència (eficàcia al menor cost) del reg, les variacions per baix indiquen que la planta rep menys aigua de la que necessita, per la qual cosa la seva producció disminuirà, podent inclòs arribar a desaparèixer.

Existeixen altres coeficients, com l'usat pels tècnics de la prestigiosa empresa Wright, o com l'adoptat pel *Soil Conservation Service* (USA) així com per l'*American Society of Agricultural Engineers*; també és digne de ressaltar el proposat per Keller i Karmeli, així com el de Bralts i Kesner (1983). A França, a la fi, tendeix a emprar-se el coeficient d'uniformitat proposat pel *Centre de la Recherche et de l'Expérimentation du Génie Rural* (C.R.E.G.R.). **No obstant això, hem cregut convenient ampliar el concepte "d'uniformitat hidràulica" a l'estudi del captament de certes variables hidràuliques, com ara la**



**secció de la conducció, el cabal, el calat, el pendent motriu, etc., referides a un conjunt més o menys important de parcel·les en regadiu (zona regable), i amb l'ànim d'aconseguir una distribució més homogènia o "equilibrada" dels seus valors des del punt de vista espacial.** També els nous coeficients d'uniformitat aquí proposats es podran utilitzar, indistintament, per a l'avaluació d'instal·lacions en funcionament o bé per al *disseny* de noves instal·lacions, en lloc dels anteriorment esmentats.

Pel que fa als antecedents, vegem que en el llibre d'aquest mateix autor titulat *Análisis territorial (División, organización y gestión del territorio)*, citat a la bibliografia, i concretament en el seu capítol 12 ("Uniformidad y equilibrio del territorio"), es proposa i defineix el concepte de "coeficient d'uniformitat territorial" com a mesura de la uniformitat de la distribució d'una variable per un cert territori, precisament de sentit contrari al seu grau de variabilitat. Doncs bé, creiem que una extensió d'aquest concepte a l'avaluació de la distribució de les variables hidràuliques com les anteriorment relacionades resulta perfectament possible i profitosa.

El procés de càlcul que aquí es proposa comença amb la determinació del coeficient de variació (CV) de Pearson (que, com és sabut, es tracta d'una mesura abstracta de dispersió relativa dels valors de la variable aleatòria estadística, profusament utilitzada) dels radis mitjos hidràulics (o cabals, pèrdues unitàries o totals de càrrega, longituds, pendents motrius, calats, etc.) de totes les conduccions obertes per a cada subzona regable; de fet, el mateix procediment pot utilitzar-se tant si es tracta d'un reg a pressió, o d'una xarxa de desaigües per a drenatge o sanejament agrícola. Es obvi que la zona regable en qüestió es trobarà tant o més equilibrada des del punt de vista, per exemple, de la distribució dels radis hidràulics de les seves diferents conduccions, quan menors siguin els valors del seu CV ("coeficient de variació" de Pearson) referit a la variable R o a qualsevol altra, que pren valors per a cadascuna de les parts en què es considera espacialment dividit aquest territori. Destaca, del coeficient elegit com a mesura de la variabilitat, la seva adimensionalitat, és a dir, la seva independència de les unitats de mesura, permetent la comparació entre grups diferents de dades, la qual cosa no resulta possible establir mitjançant l'exclusiu ús de la variança o de la seva arrel quadrada: la desviació típica o "standard" de la corresponent distribució de freqüències.

Al respecte, i com a mesura de la uniformitat en la distribució dels radis hidràulics o qualsevol altra variable hidràulica per una zona regable, poden utilitzar-se els diversos coeficients que proposarem a continuació (expressats en %), de sentit contrari a la variabilitat susdita.

El primer d'ells podria ser el següent:

**$CU_1 = 100(1 - CV)$** , de gran senzillesa i aplicabilitat, essent:  $CV = \sigma/\bar{X}$ , en la que  $\bar{X}$  és la mitjana aritmètica dels valors de la variable analitzada R i  $\sigma$  es la seva desviació típica o "standard" (desviació quadràtica mitjana).

El significat físic del CV es dedueix clarament si acceptem que tots els valors de la variable R, o qualsevulla altra significativa escollida a la zona regable en estudi, es distribueixen d'acord amb la corba campaniforme d'una distribució normal i, per tant, es tindrà el següent:

a) Pràcticament, tots els valors observats es trobaran compresos en l'entorn:  $(1 \pm 3 \cdot CV)\bar{X}$ .

b) Aproximadament, el 95% de les observacions es troben compreses en l'entorn:  $(1 \pm 2 \cdot CV)\bar{X}$ .

c) Si es prenen les  $n/4$  observacions de valors més baixos del total dels  $n$  valors mesurats de la variable en qüestió (el valor superior de la qual serà el primer quartil  $Q_1$  de la distribució de freqüències), la seva mitjana aritmètica serà igual a:  $q_{25} = (1 - 1'27 \cdot CV)\bar{X}$ .

d) El 68'27% de les observacions realitzades estaran compreses en l'interval:  $(1 \pm CV)\bar{X}$ .

Per tant, i segons els valors que adopti aquest coeficient CV (o el  $CU_1$ ), podríem establir una classificació de les diverses subzones que constitueixen l'àrea objecte de posada en reg segons el seu grau o índex d'uniformitat en relació a la corresponent característica R o a qualsevol altra variable hidràulica digna d'avaluació.

\* \* \* \* \*

## BIBLIOGRAFIA

- BAZIN, H. en *Annales des ponts et chaussées* (7) 7<sup>4</sup> (1897).
- BOUSSINESQ en *Eaux courantes*, pág. 602; J. de math. (3) 9 (1883), pág. 129.
- FRANQUET, J.M. en *Anàlisis Territorial (Divisió, organizaci3n y gesti3n del territorio)*. Cadup-Estudios. Uned-Tortosa, 1990/91.
- FRANQUET, J.M. en *Cinco Temes de Hidrología e Hidráulica*. Universitat Internacional de Catalunya - Associació d'Enginyers Agrònoms de Catalunya. Tortosa, 2003.
- FRANQUET, J.M. en *Cálculo hidráulico de las conducciones libres y forzadas (Una aproximación de los métodos estadísticos)*. Universitat Internacional de Catalunya - Associació d'Enginyers Agrònoms de Catalunya. Tortosa, 2005.
- HESSLE, C. en *Zeitschrift für Gewässerkunde* 2 (1899).
- LAHMEYER, W. en *Allgemeine Bauzeitung* 17 (1852), pág. 153.
- TORRES, J.E. en *Apuntes de Hidráulica General y Agrícola*. Universidad Politécnica de Valencia. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos. Valencia, 1970.